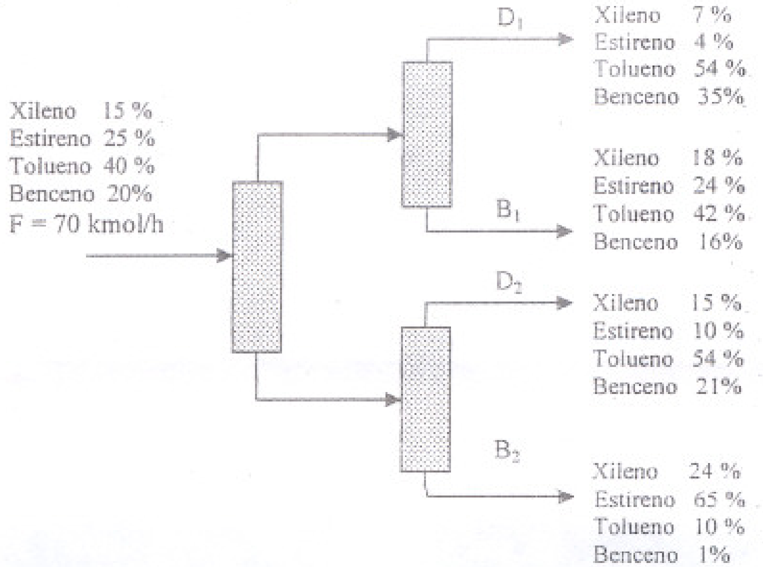
Problema 1: Una corriente de paraxileno, tolueno, estireno y benceno debe ser purificada usando la red de columnas de destilación que se muestran en la figura:



Realizar el balance de masa en cada uno de los componentes del sistema: a) Escriba el sistema de ecuaciones en forma matricial, b) Resuelva el sistema empleando el método LU, utilice para la descomposición de la matriz A el método de Doolittle, c) Emplee el método de resolución Gauss-Jordan, d) Emplee el método iterativo de Jacobi y el gauss-Seidel, discuta los resultados obtenidos. Trabajar con ~~cuatro~~ 3 decimales en todos los cálculos. Indica cada paso de cálculo para la obtención del resultado. NOTA: entra = sale, $F^n_i = x^n_i . F^n$, donde n = es la corriente e i es el componente.

Solución por Gauss Jordan:

Balance en componentes

Xileno: $0{,}15 \times 70 = 0{,}07\, D_1 + 0{,}18\, B_1 + 0{,}15\, D_2 + 0{,}24\, B_2$

Estireno: $0{,}25 \times 70 = 0{,}04\, D_1 + 0{,}24\, B_1 + 0{,}10\, D_2 + 0{,}65\, B_2$

Tolueno: $0{,}40 \times 70 = 0{,}54\, D_1 + 0{,}42\, B_1 + 0{,}54\, D_2 + 0{,}10\, B_2$

Benceno: $0{,}20 \times 70 = 0{,}35\, D_1 + 0{,}16\, B_1 + 0{,}21\, D_2 + 0{,}01\, B_2$

$$\begin{bmatrix} 0{,}07 & 0{,}18 & 0{,}15 & 0{,}24 \\ 0{,}04 & 0{,}24 & 0{,}10 & 0{,}65 \\ 0{,}54 & 0{,}42 & 0{,}54 & 0{,}10 \\ 0{,}35 & 0{,}16 & 0{,}21 & 0{,}01 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_1 \\ B_1 \\ D_2 \\ B_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10{,}5 \\ 17{,}5 \\ 28 \\ 14 \end{bmatrix}$$

$$a_{ij}^{K} = a_{ij}^{K-1} - \frac{a_{kj}^{K-1}\, a_{ik}^{K-1}}{a_{kk}^{K-1}} \qquad b_i^{K} = b_i^{K-1} - b_k^{K-1}\,\frac{a_{ik}^{K-1}}{a_{kk}^{K-1}}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 0{,}07 & 0{,}18 & 0{,}15 & 0{,}24 & 10{,}5 \\ 0{,}04 & 0{,}24 & 0{,}10 & 0{,}65 & 17{,}5 \\ 0{,}54 & 0{,}42 & 0{,}54 & 0{,}10 & 28 \\ 0{,}35 & 0{,}16 & 0{,}21 & 0{,}01 & 14 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{cccc|c} 0{,}07 & 0{,}18 & 0{,}15 & 0{,}24 & 10{,}5 \\ 0 & 0{,}137 & 0{,}014 & 0{,}513 & 11{,}5 \\ 0 & -0{,}969 & -0{,}617 & -1{,}751 & -53 \\ 0 & -0{,}74 & -0{,}54 & -1{,}190 & -38{,}5 \end{array}\right]$$

$K=1$

$$a_{21}^{1} = a_{21}^{0} - \frac{a_{11}^{0}\,.\,a_{21}^{0}}{a_{11}^{0}} = 0{,}04 - \frac{0{,}07 \times 0{,}04}{0{,}07} = 0 \rightarrow a_{31}^{1},\ a_{41}^{1},\ a_{51}^{1} = 0$$

$$a_{22}^{1} = a_{22}^{0} - \frac{a_{12}^{0}\,.\,a_{21}^{0}}{a_{11}^{0}} = 0{,}24 - \frac{0{,}18 \times 0{,}04}{0{,}07} = 0{,}137$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 0{,}07 & 0 & 0{,}132 & -0{,}434 & -4{,}609 \\ 0 & 0{,}137 & 0{,}014 & 0{,}513 & 11{,}5 \\ 0 & 0 & -0{,}518 & 1{,}877 & 28{,}339 \\ 0 & 0 & -0{,}464 & 1{,}581 & 23{,}617 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{cccc|c} 0{,}07 & 0 & 0 & 0{,}044 & 2{,}613 \\ 0 & 0{,}137 & 0 & 0{,}564 & 12{,}266 \\ 0 & 0 & -0{,}518 & 1{,}877 & 28{,}339 \\ 0 & 0 & 0 & -0{,}100 & -1{,}768 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 0{,}07 & 0 & 0 & 0 & 1{,}835 \\ 0 & 0{,}137 & 0 & 0 & 2{,}294 \\ 0 & 0 & -0{,}518 & 0 & -4{,}846 \\ 0 & 0 & 0 & -0{,}100 & -1{,}768 \end{array}\right]$$

$0{,}07\, D_1 = 1{,}835 \rightarrow \boxed{D_1 = 26{,}214}$

$0{,}137\, B_1 = 2{,}294 \rightarrow \boxed{B_1 = 16{,}745}$

$-0{,}518\, D_2 = -4{,}846 \rightarrow \boxed{D_2 = 9{,}355}$

$-0{,}100\, B_2 = -1{,}768 \rightarrow \boxed{B_2 = 17{,}680}$

$\text{cond } A = 187{,}7258$

2-6.3. Eliminación gaussiana con ecuaciones dependientes (ElimGas3:🖫,🕮)

Se desea resolver en forma matricial el balance de materia de la unión de dos corrientes A y B binarias para formar la corriente C. Los balances por componente y global conducen a:

$$\begin{cases} Ax_1 + By_1 = Cz_1 \\ Ax_2 + By_2 = C(1 - z_1) \\ A + B = C \end{cases}$$

siendo x, y, z las composiciones de cada corriente. Se sabe que la composición del componente 1 en la corriente A vale 0,4 (y por ende la composición del componente 2 vale 0,6), mientras que para la corriente B las composiciones en componente 1 y 2 valen 0,2 y 0,8 respectivamente. La corriente resultante tiene un flujo total de 40 kg/min. Las incógnitas son los flujos de A, B y la composición z_1.

Use el método de eliminación de Gauss para demostrar que el sistema no tiene solución

2-6.4. Solución con números truncados (NumeTrun:🖫🖫,🕮)

Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones con una calculadora de bolsillo, usando solamente tres cifras decimales en cada paso de cálculo. Compare el resultado con la solución exacta [1,1,1,1]:

$$\begin{cases} 0{,}31x_1 + 0{,}14x_2 + 0{,}30x_3 + 0{,}27x_4 = 1{,}02 \\ 0{,}26x_1 + 0{,}32x_2 + 0{,}18x_3 + 0{,}24x_4 = 1{,}00 \\ 061x_1 + 0{,}22x_2 + 0{,}20x_3 + 0{,}31x_4 = 1{,}34 \\ 0{,}40x_1 + 0{,}34x_2 + 0{,}36x_3 + 0{,}17x_4 = 1{,}27 \end{cases}$$

2-6.5. Resolución de sistemas de ecuaciones por Gauss (Gauss3:🖫,🕮)

Dado el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 1{,}3F_1 + 2{,}3F_2 - 3F_2 + 54{,}6013 = 0 \\ 0{,}5F_2 + 2F_3 = 65{,}6192 \\ 3F_1 - 1{,}5F_2 + 1{,}3F_3 = 36{,}838 \end{cases}$$

Resuelva (F_1, F_2, F_3) usando el método de Gauss (Triangularización). **Nota:** Use solamente tres cifras decimales en cada paso de cálculo.

2-6.6. Balance de materia en sistema reactante (BalnReac:🖫,🕮)

Una reacción química compleja produce tres componentes B, C y D a partir de A. Todas las reacciones son de primer orden (k_i en s^{-1}). Si entran (F_{A0}) 10 kmol/s de A, establecer las concentraciones de cada uno de los componentes en la salida del reactor en condiciones estacionarias (V=20 L; v_0=20 L/s; k_1=0,05; k_2=0,04; k_3=0,05; k_4=0,02; k_5=k_6=0,01).

$$\begin{cases} V[(k_1 + k_4)C_A - k_6C_D] = F_{A0} - v_0C_A \\ V[(k_2 + k_4)C_B - k_1C_A] = - v_0C_B \\ V[k_3C_C - k_2C_B - k_5C_A] = - v_0C_C \\ V[k_6C_D - k_4C_B - k_3C_C] = - v_0C_D \end{cases}$$

2-6.7. Conservación del calor en una mezcla (ConsCalo:,)

Un experimento de mezcla de cuatro líneas de agua a temperaturas distintas (temperaturas que se regulan y se mantienen constantes en cada una de las tres corridas que se realizan) arroja resultados similares en cuatro grupos que realizaron la misma práctica. Los valores medidos son: el flujo total en la salida (constante en las tres corridas) y la temperatura de salida (T_5) en las tres corridas.

En el experimento las temperaturas de entrada son respectivamente:

Corrida 1: $T_1 = 25°C$, $T_2 = 30°C$, $T_3 = 40°C$ y $T_4 = 45$ °C.

Corrida 2: $T_1 = 25°C$, $T_2 = 40°C$, $T_3 = 30°C$ y $T_4 = 45$ °C.

Corrida 3: $T_1 = 45°C$, $T_2 = 30°C$, $T_3 = 40°C$ y $T_4 = 30$ °C.

Los resultados experimentales de cada uno de los grupos que efectuaron la práctica son:

	Grupo 1	**Grupo 2**	**Grupo 3**	**Grupo 4**
Masa (l/min)	20,7	20,9	20,2	21,1
T5,1 (°C)	38,65	38,73	38,64	38,70
T5,2 (°C)	37,15	37,30	37,20	37,24
T5,3 (°C)	34,81	34,40	34,73	34.74

Las leyes de conservación de la masa y de la energía, suponiendo el calor específico constante, conducen a la ecuación ($C_P(T_i\text{-}T_0)$ corresponde a la entalpía de la corriente i):

$$\sum_{i=1}^{4} m_i = m_5$$

$$\sum_{i=1}^{4} m_i C_P (T_i - T_0) = m_5 C_P (T_5 - T_0)$$

¿Cuáles son los flujos que utilizaron cada uno de los grupos experimentales?

2-6.8. Equilibrio de una estructura estática (EstrEqui:,)

Una estructura metálica está construida en base al esquema propuesto. Consta de 9 perfiles "L" de alas iguales de las cuales se desean conocer sus tensiones o compresiones. Dichos perfiles están conectados en 6 nodos. Le estructura está sometida a fuerzas constantes (equilibrio estático) que se supondrán aplicados en forma puntual en los nodos indicados, El peso P y la carga L son exclusivamente verticales y las fuerzas ejercidas por

Problema 2.6.6 : ELIMINACION GAUSSIANA 3 decimales redondeo

$F_{A0} = 10$ Kmol/s $\quad V = 20$ l $\quad v_0 = 20$ l/s

$K_1 = 0{,}05 \quad K_2 = 0{,}04 \quad K_3 = 0{,}05 \quad K_4 = 0{,}02$

$K_5 = K_6 = 0{,}01$

$$20\,(0{,}05 + 0{,}02)C_A - 20 \times 0{,}01\, C_D = 10 - 20 \times C_A$$

$$20\,(0{,}04 + 0{,}02)\,C_B - 20 \times 0{,}05\, C_A = -20\, C_B$$

$$20 \times 0{,}05\, C_C - 20 \times 0{,}04 \times C_B - 20 \times 0{,}01\, C_A = -20\, C_C$$

$$20 \times 0{,}01\, C_D - 20 \times 0{,}02\, C_B - 20 \times 0{,}05\, C_C = -20\, C_D$$

$$\begin{bmatrix} 21{,}4 & 0 & 0 & -0{,}2 \\ -1 & 21{,}2 & 0 & 0 \\ -0{,}2 & -0{,}8 & 21 & 0 \\ 0 & -0{,}4 & -1 & 20{,}2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_A \\ C_B \\ C_C \\ C_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 21{,}4 & 0 & 0 & -0{,}2 & 10 \\ 0 & 21{,}2 & 0 & -0{,}009 & 0{,}467 \\ 0 & -0{,}8 & 21 & -0{,}002 & 0{,}093 \\ 0 & -0{,}4 & -1 & 20{,}2 & 0 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{cccc|c} 21{,}4 & 0 & 0 & -0{,}2 & 10 \\ 0 & 21{,}2 & 0 & -0{,}009 & 0{,}467 \\ 0 & 0 & 21 & -0{,}002 & 0{,}111 \\ 0 & 0 & -1 & 20{,}2 & 0{,}187 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 21{,}4 & 0 & 0 & -0{,}2 & 10 \\ 0 & 21{,}2 & 0 & -0{,}009 & 0{,}467 \\ 0 & 0 & 21 & -0{,}002 & 0{,}111 \\ 0 & 0 & 0 & 20{,}2 & 0{,}192 \end{array}\right]$$

$20{,}2\, C_D = 0{,}192 \rightarrow C_D = 0{,}01$

$21\, C_C - 0{,}002\, C_D = 0{,}111 \rightarrow C_C = 0{,}005$

$21{,}2\, C_B - 0{,}009\, C_D = 0{,}467 \rightarrow C_B = 0{,}022$

$21{,}4\, C_A - 0{,}2\, C_D = 10 \quad C_A = 0{,}467$

①

2.6.7.

$$\sum_{i=1}^{4} m_i = m_s$$

$$\sum_{i=1}^{4} m_i C_p (T_i - T_0) = m_s C_p (T_s - T_0)$$

$$m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = m_5$$

$$m_1 C_p (T_1 - T_0) + m_2 C_p (T_2 - T_0) + m_3 C_p (T_3 - T_0) + m_4 C_p (T_4 - T_0)$$
$$= m_s C_p (T_s - T_0)$$

$$m_1 C_p T_1 + m_2 C_p T_2 + m_3 C_p T_3 + m_4 C_p T_4 - m_1 C_p T_0 - m_2 C_p T_0$$
$$- m_3 C_p T_0 - m_4 C_p T_0 = m_s C_p T_s - m_s C_p T_0$$

$$m_1 C_p T_1 + m_2 C_p T_2 + m_3 C_p T_3 + m_4 C_p T_4 \cancel{- (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)}$$
$$\cancel{C_p T_0} = m_s C_p T_s \cancel{- m_s C_p T_0}$$

$$m_1 \cancel{C_p} T_1 + m_2 \cancel{C_p} T_2 + m_3 \cancel{C_p} T_3 + m_4 \cancel{C_p} T_4 = m_s \cancel{C_p} T_s$$

$$m_1 T_1 + m_2 T_2 + m_3 T_3 + m_4 T_4 = m_s T_s$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ T_1^1 & T_2^1 & T_3^1 & T_4^1 \\ T_1^2 & T_2^2 & T_3^2 & T_4^2 \\ T_1^3 & T_2^3 & T_3^3 & T_4^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ m_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20{,}7 & 20{,}9 & 20{,}2 & 21{,}1 \\ 800{,}055 & 809{,}457 & 780{,}528 & 816{,}57 \\ 769{,}005 & 779{,}57 & 751{,}44 & 785{,}764 \\ 720{,}567 & 718{,}96 & 701{,}546 & 733{,}04 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 25 & 30 & 40 & 45 \\ 25 & 40 & 30 & 45 \\ 45 & 30 & 40 & 30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 & 0 \\ l_{41} & l_{42} & l_{43} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} & U_{14} \\ 0 & U_{22} & U_{23} & U_{24} \\ 0 & 0 & U_{33} & U_{34} \\ 0 & 0 & 0 & U_{44} \end{bmatrix}$$

$a_{11} = U_{11} = 1$ $\quad a_{12} = U_{12} = 1$ $\quad a_{13} = U_{13} = 1$ $\quad a_{14} = U_{14} = 1$

$a_{21} = l_{21} U_{11}$; $a_{31} = l_{31} U_{11}$; $a_{41} = l_{41} U_{11}$

$\boxed{l_{21} = 25}$ $\quad \boxed{l_{31} = 25}$ $\quad \boxed{l_{41} = 45}$

$a_{22} = l_{21} U_{12} + U_{22}$; $a_{23} = l_{21} U_{13} + U_{23}$; $a_{24} = l_{21} U_{14} + U_{24}$

$\boxed{U_{22} = 5}$ $\quad \boxed{U_{23} = 15}$ $\quad \boxed{U_{24} = 20}$

$a_{32} = l_{31} U_{12} + \underline{l_{32}} U_{22}$; $a_{42} = l_{41} U_{12} + \underline{l_{42}} U_{22}$

$\boxed{l_{32} = 3}$ $\quad \boxed{l_{42} = -3}$

$a_{33} = l_{31} U_{13} + l_{32} U_{23} + U_{33}$; $a_{34} = l_{31} U_{14} + l_{32} U_{24} + U_{34}$

$\boxed{U_{33} = -40}$ $\quad \boxed{U_{34} = -40}$

$a_{43} = l_{41} U_{13} + l_{42} U_{23} + l_{43} U_{33} \rightarrow \boxed{l_{43} = -1}$

$a_{44} = l_{41} U_{14} + l_{42} U_{24} + l_{43} U_{34} + U_{44} \rightarrow \boxed{U_{44} = 5}$

$$\overset{L}{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 25 & 1 & 0 & 0 \\ 25 & 3 & 1 & 0 \\ 45 & -3 & -1 & 1 \end{bmatrix}} \overset{U}{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & 15 & 20 \\ 0 & 0 & -40 & -40 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}}$$

$$Ax = b \qquad A = LU$$

$$LUx = b \quad \Rightarrow \quad Ux = z \quad \text{sustituyendo}$$

$$Lz = b$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 25 & 1 & 0 & 0 \\ 25 & 3 & 1 & 0 \\ 45 & -3 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20{,}7 \\ 800{,}055 \\ 769{,}005 \\ 720{,}567 \end{bmatrix}$$

$z_1 = 20{,}7$; $25 \cdot z_1 + z_2 = 800{,}055 \Rightarrow z_2 = 282{,}555.$

$25 z_1 + 3z_2 + z_3 = 769{,}005 \Rightarrow z_3 = -596{,}16$

$45 z_1 - 3z_2 - z_3 + z_4 = 720{,}567 \Rightarrow z_4 = 40{,}572$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & 15 & 20 \\ 0 & 0 & -40 & -40 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ m_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20{,}7 \\ 282{,}555 \\ -596{,}16 \\ 40{,}572 \end{bmatrix}$$

$\boxed{m_4 = 8{,}114}$

$-40 m_3 - 40 m_4 = -596{,}16 \Rightarrow \boxed{m_3 = 6{,}79}$

$5 m_2 + 15 m_3 + 20 m_4 = 282{,}555 \Rightarrow \boxed{m_2 = 3{,}685}$

$m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = 20{,}7 \Rightarrow \boxed{m_1 = 2{,}111}$